ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO

EXAMEN FINAL CALCULO 1 -- 2005-1

Mayo 23 de 2005

CCortés, GMora, RQuintana, MRey

1. Una partícula se mueve a lo largo de una línea recta de acuerdo con la ecuación de movimiento dada por $s(t) = t^3 + 20t$, donde t está dado en segundos y s está dado en metros. ¿Cuál es la velocidad promedio en el intervalo $1 \le t \le 6$?

- **a.** 21 metros por segundo
- **b.** 52.5 metros por segundo
- **c.** 63 metros por segundo
- **d.** 71.4 metros por segundo
- **e.** 157.5 metros por segundo

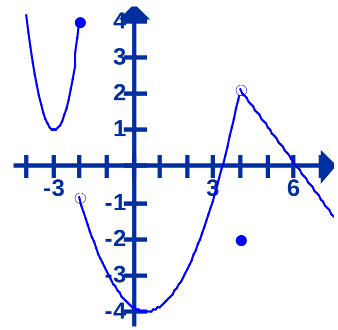
2. Los valores máximos y mínimos absolutos de $f(x) = x^3 - 15x^2 + 100$ con $x \in [-2, 2]$ son:

- **a.** El máximo es 48 y el mínimo es 32
- **b.** El máximo es 72 y el mínimo es -75
- **c.** El máximo es 72 y el mínimo es -48
- **d.** El máximo es 100 y el mínimo es -400
- **e.** El máximo es 100 y el mínimo es 32

3. Si la función $f(x)$ es derivable para todos los números reales y si $f'(x) > 0$ para todos los valores de x en el intervalo $-1 < x < 5$, entonces, cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- **a.** La función es cóncava hacia abajo en el intervalo $(-1, 5)$
- **b.** La función es cóncava hacia arriba en el intervalo $(-1, 5)$
- **c.** La función es decreciente en el intervalo $(-1, 5)$
- **d.** La función es creciente en el intervalo $(-1, 5)$
- **e.** $f(x) > 0$ en el intervalo $(-1, 5)$

4. Con base en el siguiente gráfico, los valores de A y B tales que $\lim_{x \to -2^+} f(x) = A$ $\lim_{x \to 4} f(x) = B$



- **a.** A no existe y B = -2
- **b.** A = -1 y B no existe
- **c.** A = -1 y B = 2
- **d.** A = 4 y B = -2
- **e.** A = 4 y B = 2

5. Si la **DERIVADA** de la función continua $f(x)$ es $f'(x) = 6x^2 + 10x - 20$ y $f(2) = 5$. ¿Cual de las siguientes funciones representa $f(x)$?

- **a.** $f(x) = 12x + 10$
- **b.** $f(x) = 12x - 19$
- **c.** $f(x) = 18x^3 + 20x^2 - 20x - 179$
- **d.** $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 20x + 9$
- **e.** $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 20x$

6. La derivada de $f(x) = arctan(3x)$ es:

- **a.** $f'(x) = arcsec^2(3x)$
- **b.** $f'(x) = 3arcsec^2(3x)$
- **c.** $f'(x) = 3sec^2(3x)$
- **d.** $f'(x) = \dfrac{1}{1+9x^2}$
- **e.** $f'(x) = \dfrac{3}{1+9x^2}$

7. Si $sen(y) = x^2 + 5x + 5$, $\frac{dy}{dx}$ es:

- **a.** $\frac{dy}{dx} = \frac{2x+5}{cos(y)}$
- **b.** $\frac{dy}{dx} = -\frac{2x+5}{cos(y)}$
- **c.** $\frac{dy}{dx} = 2x + 5 - cos(y)$
- **d.** $\frac{dy}{dx} = \frac{cos(y)}{2x+5}$
- **e.** $\frac{dy}{dx} = -\frac{cos(y)}{2x+5}$

8. El valor máximo de $P = xy$ si $x^3 + y = 32$ es:

- **a.** 24
- **b.** 32
- **c.** 48
- **d.** 256
- **e.** No hay valor máximo.

9. La derivada de $f(x) = x^4 e^{5x+7}$ es:

- **a.** $(5x+7)x^4 e^{5x+6} + 4x^3 e^{5x+7}$
- **b.** $4x^3 e^{5x+7}$
- **c.** $5x^4 e^{5x+7} + 4x^3 e^{5x+7}$
- **d.** $20x^3 e^{5x+7}$
- **e.** $x^4 e^{5x+6} + 4x^3 e^{5x+7}$

10. La ecuación de la recta tangente a $f(x) = x(1-2x)^3$ en el punto $(1,-1)$ es:

- **a.** $y = -6x + 5$
- **b.** $y = -2x + 1$
- **c.** $y = 2x - 3$
- **d.** $y = 7x - 8$
- **e.** $y = -7x + 6$

11. La primera derivada de una función $f(x)$ es $f'(x) = \frac{x(x-3)}{(3x-1)^{1/3}}$ y la segunda derivada es $f''(x) = \frac{(5x-3)(x-1)}{(3x-1)^{4/3}}$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA?**

- **a.** La función $f(x)$ tiene puntos de inflexión en $x = \frac{3}{5}$, $x = 1$
- **b.** La función $f(x)$ es decreciente en el intervalo $(0,3)$
- **c.** La función $f(x)$ tiene un mínimo local en $x = 3$
- **d.** La función $f(x)$ tiene un mínimo local en $x = 0$
- **e.** La función $f(x)$ es cóncava hacia arriba para $1 < x$

12. Las cantidades x y y dependen del tiempo y están relacionadas por la ecuación $y^2 = 5x^2 + 125$, donde x y y están medidas en pies y x está aumentando a una razón constante de 5 pies por segundo. Encuentre la razón a la cual cambia y respecto al tiempo t, cuando $x = 10$ pies y $y = 25$ pies

- **a.** y esta aumentando a razón de 1 pie por segundo.
- **b.** y esta aumentando a razón de 10 pies por segundo.
- **c.** y esta aumentando a razón de 12,5 pies por segundo.
- **d.** y esta aumentando a razón de 125 pies por segundo.
- **e.** y esta aumentando a razón de 250 pies por segundo.

13. Para que valores de x, si los hay, la función $f(x) = ln\left(x^2 + 9\right)$, tiene un punto de inflexión.

- **a.** La función no tiene puntos de inflexión.
- **b.** Hay un punto de inflexión en $x = 0$.
- **c.** Hay dos puntos de inflexión, uno en $x = 1$ y otro en $x = -1$
- **d.** Hay dos puntos de inflexión: en $x = \sqrt{\frac{3}{2}}$ y en $x = -\sqrt{\frac{3}{2}}$
- **e.** Hay dos puntos de inflexión, uno en $x = 3$ y otro en $x = -3$

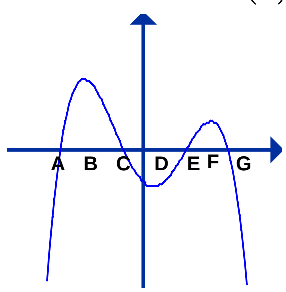
CCortés, GMora, RQuintana, MRey

14. Las coordenadas del punto o puntos, sobre la gráfica de $f(x) = 5x^2 - 10x + 4$, donde la pendiente de la recta tangente es 4 son:

- **a.** $(1.4; -0.2)$
- **b.** $(1.4; 4)$
- **c.** $(0; 4)$ y $(2; 4)$
- **d.** $(0; -10)$ y $(2; 10)$
- **e.** $(1; -1)$

15. La gráfica de la DERIVADA de la función $f(x)$ es la que se encuentra dibujada. Para que valores de x la función $f(x)$ tiene un máximo local:

- **a.** $x = E$ y $x = A$
- **b.** $x = B$ y $x = F$
- **c.** Únicamente $x = B$
- **d.** $x = C$ y $x = G$
- **e.** $x = D$



16. La derivada de $y = x^{2x+1}$ es:

- **a.** $\dfrac{dy}{dx} = 2\ln(x) + \dfrac{2x+1}{x}$
- **b.** $\dfrac{dy}{dx} = (2x+1)x^{2x}$
- **c.** $\dfrac{dy}{dx} = 2x^{2x+1}$
- **d.** $\dfrac{dy}{dx} = x^{2x+1}\left(\dfrac{2}{x}\right)$
- **e.** $\dfrac{dy}{dx} = x^{2x+1}\left(2\ln(x) + \dfrac{2x+1}{x}\right)$

17. Encuentre los valores de las constantes a y b para que la función $g(x) = \begin{cases} 5x+2 & \text{para} \quad x < -1 \\ x^2 + b & \text{para} \quad -1 \le x < 2 \\ ax^2 + 8 & \text{para} \quad 2 \le x \end{cases}$, sea continua en los reales.

- **a.** $a = 1$ y $b = 2$
- **b.** $a = -2$ y $b = -4$
- **c.** $a = 1$ y $b = 8$
- **d.** $a = 5$ y $b = 8$
- **e.** No puede ser continua tanto en $x = -1$ y $x = 2$

18. La función $f(x) = x^{\frac{4}{3}} - 12x^{\frac{1}{3}}$ tiene puntos críticos en:

- **a.** Únicamente en $x = 3$
- **b.** Únicamente en $x = 3$ y $x = 0$
- **c.** Únicamente en $x = 3$ y $x = -6$
- **d.** Únicamente en $x = -6$
- **e.** Únicamente en $x = 3$ $x = -6$ y $x = 0$

19. Cuál es la razón Instantánea de cambio en $x = 3$ para la función $f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{x - 1}$ es:

- **a.** -2
- **b.** $\dfrac{1}{6}$
- **c.** $\dfrac{5}{2}$
- **d.** $\dfrac{5}{4}$
- **e.** 6

20. Si $y = ln(x-2)$, la solución de $xy' + \frac{3}{x-2} = 5$ es

- **a.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- **b.** 2
- **c.** $-\frac{3}{2}$
- **d.** $\frac{13}{4}$
- **e.** Ninguna de las anteriores

21. Si $y = 2sen\left(\frac{x}{2}\right)$, entonces, $\frac{d^2y}{dx^2}$ es igual a:

- **a.** $-8sen\left(\frac{x}{2}\right)$
- **b.** $-2sen\left(\frac{x}{2}\right)$
- **c.** $-\frac{1}{2}sen\left(\frac{x}{2}\right)$
- **d.** $-sen\left(\frac{x}{2}\right)$
- **e.** $-cos\left(\frac{x}{2}\right)$

22. Si $a \neq 0$, el $\lim\limits_{x \to a} \frac{x^2 - a^2}{x^4 - a^4}$

- **a.** $\frac{1}{2a^2}$
- **b.** $\frac{1}{a^2}$
- **c.** $\frac{1}{2a^4}$
- **d.** 0
- **e.** No existe

23. El $\lim\limits_{t \to 0} \frac{\sqrt{t^2+4}-2}{t^2}$ es:

- **a.** 0
- **b.** $\frac{1}{4}$
- **c.** $\frac{1}{2}$
- **d.** 2
- **e.** No existe

24. El $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{ln(x)-3}{\sqrt{x}}$ es igual a

- **a.** 0
- **b.** $\frac{1}{2}$
- **c.** 1
- **d.** 2
- **e.** No existe.

25. Si $f(x)$ es una función continua en $x = a$, cual de las siguientes afirmaciones **no es necesariamente verdadera.**

- **a.** $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ existe
- **b.** $f'(a)$ existe
- **c.** $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$
- **d.** $f(a)$ esta definida
- **e.** $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = \lim\limits_{x \to a^+} f(x)$

26. La derivada $\frac{dy}{dx}$, de $y^x = e^y$,es:

- **a.** $x\left(1+\frac{1}{y}\right)$
- **b.** xy^{x-1}
- **c.** $x\,ln(y)$
- **d.** $\frac{y\,ln(y)}{y-x}$
- **e.** Ninguna de las anteriores