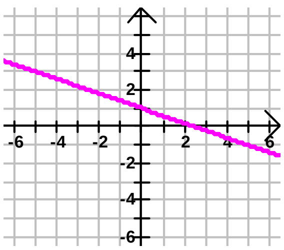
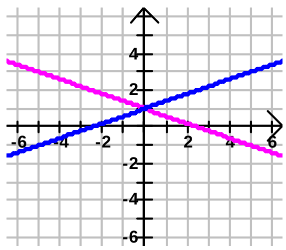
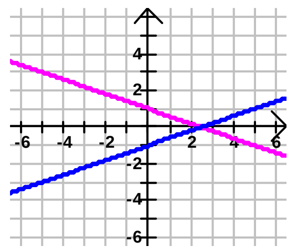
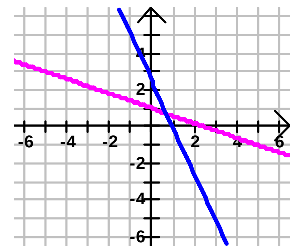
ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO

SOLUCIÓN

QUIZ No3. PRECÁLCULO
Septiembre 22 de 2005

1.

$y=-\frac{2}{5}x+1$	Reflejar respecto al eje ***y,*** la ecuación anterior y obtenga su ecuación.	Reflejar respecto al eje ***x,*** la ecuación dada en **a** y obtenga su ecuación.	Reflejar respecto a la recta $y=x$ **,** la ecuación dada en **a** y obtenga su ecuación.
			
	$y=\frac{2}{5}x+1$	$y=\frac{2}{5}x-1$	$y=-\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}$

2.

La mitad de un número ***x*** más 12.	$\boxed{\frac{x}{2}+12}$
El 73% de tres litros.	$\boxed{\frac{73}{100}\times 3}$
Las tres cuartas partes del volumen de un cilindro de $120cm^3$	$\boxed{\frac{3}{4}\times 120}$
En un examen se obtienen 63 respuestas correctas de 100 posibles. El porcentaje de respuestas correctas es:	$\boxed{\frac{63}{100}}$
El cociente de la diferencia de **a** y **b**, entre las tres quintas partes de su suma	$\boxed{\frac{a-b}{\frac{3}{5}(a+b)}}$
Un número es el triple de otro. La suma de sus recíprocos es 4. La ecuación que permite encontrar el valor de los números es:	Si ***x*** es el número, el otro número será $3x$, por lo tanto $\boxed{\frac{1}{x}+\frac{1}{3x}=4}$
Ricardo tiene dos trabajos por horas, en uno le pagan \$7 por hora y en el otro le pagan \$5 por hora. Si sus gastos semanales son de \$140, la inecuación que le permite programar su tiempo, para alcanzar sus gastos, es:	Si ***x*** es el número de horas trabajadas a \$7 la hora y ***y*** es el número de horas trabajadas a \$5 la hora, se tiene $\boxed{7x+5y\geq 140}$
Una vela mide 6 pulgadas después de estar encendida una hora. Después de 3 horas , mide $5\frac{1}{2}$ pulgadas. La ecuación que determina la altura de la vela es $\boxed{y=-\frac{x}{4}+\frac{25}{4}}$, donde la pendiente es: $\boxed{-\frac{1}{4}}$ y significica $\boxed{\text{cada hora la vela disminuye su altura en 0.25 plg}}$; y el intercepto ***y*** es $\boxed{\frac{25}{4}}$ y significa $\boxed{\text{la vela media inicialmente 6.25 pulgadas}}$	
Un alpinista desea cortar una cuerda de 213 pies de longitud en tres tramos. Si cada tramo debe tener dos pies más que el anterior, como deben hacerse los cortes?	Si ***x*** es la medida del primer corte , entonces, $\boxed{x+(x+2)+(x+4)=213}$

3.

a. Si una compañía puede fabricar 8 relojes en \$10.100 y 22 de ellos en \$16.400. Cuánto cuestan $\boldsymbol{x}$ relojes?

SOLUCIÓN

- Se tiene que a más relojes más dinero luego existe una razón directa entre cantidad de relojes y costo.
- Se tiene $(8,10.100)\quad(22,16.400)$ lo que nos lleva a una razón

$$\boldsymbol{m}=\frac{16.400-10.100}{22-8}=450$$

Con lo anterior podemos decir que para determinar el valor de $\boldsymbol{x}$ relojes $\boldsymbol{y}=450\boldsymbol{x}+\boldsymbol{b}$

- Para averiguar el valor de $\boldsymbol{b}$ $\quad 10100=450(8)+\boldsymbol{b}\Rightarrow 10100-3600=\boldsymbol{b}\Rightarrow \boldsymbol{b}=6500$

Por lo tanto $\boxed{\boldsymbol{y}=450\boldsymbol{x}+6500}$

b. Si el valor de depreciación de un aparato eléctrico es de \$12.000 al término de su vida fiscal que es de 15 años. Si costó \$132.000 cuál es el valor fiscal al cabo de $\boldsymbol{x}$ años?

SOLUCIÓN

- A mayor tiempo que transcurra más de deprecia el aparato luego tenemos una razón directa.
- Se tiene $(0,132.000)\,(15,12.000)$ lo que nos lleva a $\boldsymbol{m}=\frac{132.000-12.000}{0-15}=-8000$
- Ahora bien $\boldsymbol{y}=-8000\boldsymbol{x}+\boldsymbol{b}$ como se tiene que el costo inicial es de \$132.000 , entonces

$$\boxed{\boldsymbol{y}=-8000\boldsymbol{x}+132.000}$$

4.

a. La ecuación de la recta que pasa por los puntos $\boldsymbol{A}(3,-1)$ y $\boldsymbol{B}(2,-4)$

SOLUCIÓN

$$\boldsymbol{m}=\frac{-4+1}{2-3}=\frac{-3}{-1}=3$$

$$\boldsymbol{y}=3\boldsymbol{x}+\boldsymbol{b}\Rightarrow -1=3(3)+\boldsymbol{b}\Rightarrow -1-9=\boldsymbol{b}\Rightarrow -10=\boldsymbol{b}$$

$$\boxed{\boldsymbol{y}=3\boldsymbol{x}-10}$$

b. La ecuación de la recta paralela a la obtenida en **a** y que pasa por el punto $\boldsymbol{C}(-5,-4)$

SOLUCIÓN

Por ser paralelas deben tener la misma pendiente es decir la de la nueva recta será 3
Ahora bien $\boldsymbol{y}=3\boldsymbol{x}+\boldsymbol{b}\Rightarrow -4=3(-5)+\boldsymbol{b}\Rightarrow \boldsymbol{b}=11$

$$\boxed{\boldsymbol{y}=3\boldsymbol{x}+11}$$

c. El centro y el radio de la circunferencia $9\boldsymbol{x}^2+9\boldsymbol{y}^2+12\boldsymbol{x}-6\boldsymbol{y}+4=0$

SOLUCIÓN

Para determinar el centro y el radio transformemos la ecuación dada a la forma $(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{h})^2+(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{k})^2=\boldsymbol{r}^2$, utilizando el método de completar cuadrados.

$$9\boldsymbol{x}^2+9\boldsymbol{y}^2+12\boldsymbol{x}-6\boldsymbol{y}=-4\Leftrightarrow 9\left(\boldsymbol{x}^2+\frac{4}{3}\boldsymbol{x}\right)+9\left(\boldsymbol{y}^2-\frac{2}{3}\boldsymbol{y}\right)=-4\Leftrightarrow$$

$$9\left(\boldsymbol{x}^2+\frac{4}{3}\boldsymbol{x}+\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)+9\left(\boldsymbol{y}^2-\frac{2}{3}\boldsymbol{y}+\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)=-4+9\left(\frac{2}{3}\right)^2+9\left(\frac{1}{3}\right)^2\Leftrightarrow$$

$$9\left(\boldsymbol{x}+\frac{2}{3}\right)^2+9\left(\boldsymbol{x}+\frac{1}{3}\right)^2=1\Leftrightarrow\left(\boldsymbol{x}+\frac{2}{3}\right)^2+\left(\boldsymbol{x}+\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$$

De donde se puede concluir que $\boxed{\text{Centro en }\left(-\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)\text{ y radio }\frac{1}{3}}$

d. El valor de $\boldsymbol{k}$ para el cual $kx - 5y = 15$ sea perpendicular a $2y - 4x + 8 = 0$

SOLUCIÓN

Como las rectas deben ser perpendiculares se tiene que el producto de las pendientes de las 2 rectas dadas debe ser igual a -1, por lo tanto:

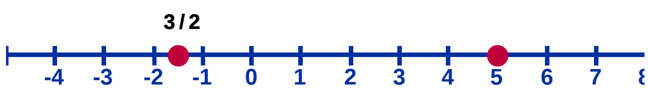
- Para $kx - 5y = 15 \Rightarrow 5y = kx - 15 \Leftrightarrow y = \frac{k}{5}x - 3 \Rightarrow m = \frac{k}{5}$
- Para $2y - 4x + 8 = 0 \Leftrightarrow 2y = 4x - 8 \Leftrightarrow y = 2x - 4 \Rightarrow m = 2$
- Ahora $\frac{k}{5} \times 2 = -1 \Rightarrow \boxed{k = -\frac{5}{2}}$

5. **(5 puntos c/u)** Encuentre la solución de

a. $|2x + 3| \le |x - 5|$

SOLUCIÓN

Existen muchos métodos para resolver esta inecuación. Lo haremos por el método de análisis en la recta numérica:



$2x+3<0$ y $x-5<0$	$2x+3>0$ y $x-5<0$	$2x+3>0$ y $x-5>0$
$-2x-3 \le -x+5$ $-x \le 8$ $x \ge -8$ $\text{Sol}: \left[-8, -\frac{3}{2}\right)$	$2x+3 \le -x+5$ $3x \le 2$ $x \le \frac{2}{3}$ $\text{Sol}: \left(-\frac{3}{2}, \frac{2}{3}\right]$	$2x+3 \le x-5$ $x \le -8$ $\text{Sol}: \varnothing$

Como $x = -\frac{3}{2}$ es donde se hace cero, también es valido se tiene como solución: $\boxed{\left[-8, \frac{2}{3}\right]}$

b. $3\sqrt{2x-3} + 2\sqrt{7-x} = 11$

SOLUCIÓN

Para que tenga solución se debe cumplir que $2x - 3 \ge 0$ y $7 - x \ge 0 \Rightarrow x \in \left[\frac{3}{2}, 7\right]$

Ahora $3\sqrt{2x-3} + 2\sqrt{7-x} = 11 \Leftrightarrow 3\sqrt{2x-3} = -2\sqrt{7-x} + 11 \Leftrightarrow \left(3\sqrt{2x-3}\right)^2 = \left(11 - 2\sqrt{7-x}\right)^2 \Leftrightarrow$

$9(2x-3) = 121 - 44\sqrt{7-x} + 4(7-x) \Leftrightarrow x - 8 = -4\sqrt{7-x} \Leftrightarrow (x-8)^2 = \left(-2\sqrt{7-x}\right)^2 \Leftrightarrow$

$x^2 - 16x + 64 = 4(7-x) \Leftrightarrow x^2 - 12x + 36 = 0 \Leftrightarrow (x-6)^2 = 0 \Rightarrow x = 6$

Ahora verificamos que la solución de la ecuación cumpla con las condiciones iniciales es decir este dentro del intervalo de posibles soluciones. $6 \in \left[\frac{3}{2}, 7\right]$, como es verdaderos se puede concluir que la solución es $\boxed{x = 6}$

c. $\frac{x-2}{3x+5} \le 4$

SOLUCIÓN

ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO

SOLUCIÓN

QUIZ No3. PRECÁLCULO
Septiembre 22 de 2005

Para ésta situación se determina primero que todo que $x \neq -\frac{5}{3}$. Ahora para dar solución tenemos: $\frac{x-2}{3x+5} \leq 4 \Leftrightarrow \frac{x-2}{3x+5} - 4 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-11x-22}{3x+5} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{11x+22}{3x+5} \geq 0$. Ahora si utilizamos la tabla de signos para determinar la solución

$11x+22$	-	+	+
$3x+5$	-	-	+
$\frac{11x+22}{3x+5}$	+	-	+

Por lo tanto la solución es $(-\infty,-2] \cup \left(-\frac{5}{3},\infty\right)$