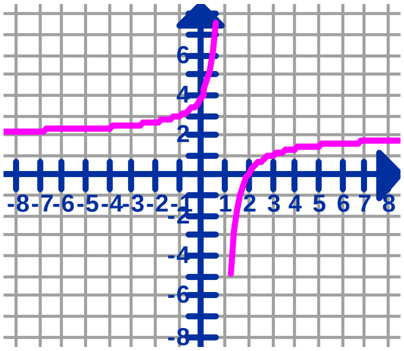
1. Sea $f(x)=\dfrac{2x-4}{x-1}$

a. (2 puntos) Haga una aproximación de la gráfica.



b. (1 puntos) Dominio : $\mathbb{R}-\{1\}$

c. (1 puntos) Rango : $\mathbb{R}-\{2\}$

d. (2 puntos) Ecuación de las asíntotas.
Vertical $x=1$ Horizontal $y=2$

e. (2 puntos) Determine si la función es par, impar o ninguna de ellas. Justifique su respuesta

- **Par** si es simétrica respecto al eje y ó si cumple que $f(x)=f(-x)$

$$f(-x)=\frac{2(-x)-4}{(-x)-1}=\frac{2x+4}{x+1}\neq f(x)\Rightarrow \text{No es Par}$$

- **Impar** si es simétrica respecto al origen ó si cumple que $f(x)=-f(-x)$

$$f(-x)=\frac{2x+4}{x+1}\Rightarrow -f(-x)=-\frac{2x+4}{x+1}=\frac{-2x-4}{x+1}\neq f(x)\Rightarrow \text{No es Impar}$$

f. (2 puntos) Coordenadas del corte con el eje x y con el eje y.

- Corte con el eje x : $f(x)=0\Rightarrow\dfrac{2x-4}{x-1}=0\Rightarrow 2x-4=0\Rightarrow x=2$, por lo tanto, las coordenadas son $(2,0)$
- Corte con el eje y: $f(0)=\dfrac{2(0)-4}{(0)-1}=4\Rightarrow y=4$, por lo tanto, las coordenadas son $(0,4)$

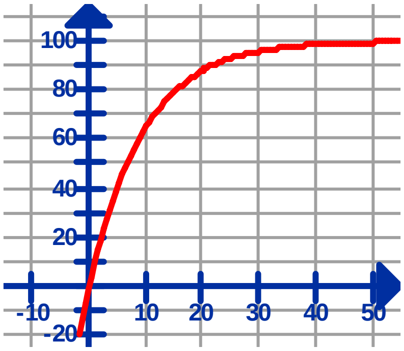
2. (6 puntos) Encuentre una función de la forma $f(x)=\mathrm{b}a^{2x}+\mathrm{c}$, tal que tenga la asíntota horizontal en $y=32$, intersección con el eje y en 212 y pase por el punto $P:(2,112)$. Justifique su respuesta.

SOLUCIÓN:

- $f(x)=\mathrm{b}a^{2x}+\mathrm{c}$, si la función es de ésta forma tiene una asíntota horizontal en c, por lo tanto , la ecuación es: $f(x)=\mathrm{b}a^{2x}+32$
- Como la función pasa por el punto $(0,212)$, entonces, $212=\mathrm{b}a^{2(0)}+32\Rightarrow 180=b$, por lo tanto se tiene ya que $f(x)=180a^{2x}+32$.
- Además se tiene que pasa la función por $P:(2,112)$, entonces, $112=180a^{2(2)}+32\Rightarrow a^4=\frac{4}{9}\Rightarrow\sqrt[4]{a^4}=\sqrt[4]{\frac{4}{9}}\Rightarrow a=\sqrt[4]{\frac{4}{9}}$, de lo que se concluye que

$$\boxed{RTA: f(x)=180\left(\sqrt[4]{\frac{4}{9}}\right)^{2x}+32=180\left(\sqrt[2]{\frac{2}{3}}\right)^{2x}+32}$$

3. Si se ingiere una pastilla de 100 miligramos contra el asma y no hay nada del medicamento en el cuerpo cuando se toma por primera vez, la cantidad total A en el torrente sanguíneo, después de t minutos, está pronosticada por $A = 100\left[1-(0,9)^{t}\right]$ para $0 \le t \le 10$



- **(4 puntos)** Elabore una aproximación de la gráfica.
- **(2 puntos)** Determine los minutos necesarios para que 50 miligramos del fármaco entren en el corriente sanguíneo.

SOLUCIÓN:

$$50 = 100\left[1-(0,9)^{t}\right] \Rightarrow \tfrac{1}{2} - 1 = -(0,9)^{t} \Rightarrow \tfrac{1}{2} = (0,9)^{t} \Rightarrow log\left(\tfrac{1}{2}\right) = log\,(0,9)^{t} \Rightarrow log\left(\tfrac{1}{2}\right) = t\,log\,(0,9)$$

$$\boxed{RTA: t = \frac{log\left(\frac{1}{2}\right)}{log\,(0,9)}}$$

4. Utilizando las propiedades de los logaritmos:

a. (2 puntos) Exprese como suma y resta de logaritmos la siguiente expresión: $ln\sqrt[3]{\dfrac{y^4}{z^5}}$

SOLUCIÓN: $ln\sqrt[3]{\dfrac{y^4}{z^5}} = ln\left(\dfrac{y^4}{z^5}\right)^{\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{3}\left[ln\,y^4 - ln\,z^5\right]$

$$\boxed{RTA: \tfrac{4}{3}ln\,y - \tfrac{5}{3}ln\,z}$$

b. (2 puntos) Escriba como un solo logaritmo $5\,log_a\,x - \frac{1}{2}log_a\,(3x-4) - 3\,log_a\,(5x+1)$

SOLUCIÓN: $5\,log_a\,x - \frac{1}{2}log_a\,(3x-4) - 3\,log_a\,(5x+1) = log_a\,x^5 - log_a\,(3x-4)^{\frac{1}{2}} - log_a\,(5x+1)^3$

$$\boxed{RTA: log_a \frac{x^5}{(3x-4)^{\frac{1}{2}}\,(5x+1)^3}}$$

5. Resolver las siguientes ecuaciones

a. (4 puntos) $e^{x\,ln\,3} = 27$

$e^{x\,ln\,3} = 27 \Leftrightarrow e^{ln\,3^{x}} = 27 \Leftrightarrow 3^{x} = 3^{3}$

$$\boxed{RTA: x = 3}$$

b. (4 puntos) $9^{2x}\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} = 27\left(3^{x}\right)^{-2}$

$3^{4x}\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} = 3^{3}\left(3^{x}\right)^{-2} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} = \dfrac{3^{3-2x}}{3^{4x}}$

$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} = 3^{3-6x} \Leftrightarrow 2^{-x-2} = 3^{3-6x} \Leftrightarrow$

$log_2\,2^{-x-2} = log_2\,3^{3-6x} \Rightarrow -x-2 = (3-6x)\,log_2\,3$

$\Rightarrow -x + 6x\,log_2\,3 = 2 + 3\,log_2\,3$

$$\boxed{RTA: x = \frac{2+3\,log_2\,3}{1+6\,log_2\,3}}$$

c. (4 puntos) $5^{x}+125\left(5^{-x}\right)=30$

$5^{x}+125\left(5^{-x}\right)=30 \Leftrightarrow 5^{x}+\dfrac{125}{5^{x}}=30 \Leftrightarrow \dfrac{5^{2x}+125}{5^{x}}=30$

$\Leftrightarrow \left(5^{x}\right)^{2}-30\left(5^{x}\right)+125=0 \Leftrightarrow \left(5^{x}-25\right)\left(5^{x}-5\right)=0$

$\Rightarrow 5^{x}-25=0$ ó $5^{x}-5=0 \Rightarrow 5^{x}=5^{2}$ ó $5^{x}=5$

$\boxed{\boldsymbol{RTA}: \boldsymbol{x}=2 \text{ ó } \boldsymbol{x}=1}$

d. (4 puntos) $e^{2x}+2e^{x}-15=0$

$\left(e^{x}\right)^{2}+2e^{x}-15=0 \Rightarrow \left(e^{x}-3\right)\left(e^{x}+5\right)=0$

$\Rightarrow e^{x}=-5$ No hay $x \in \mathbb{R}$ ó $e^{x}=3 \Rightarrow x=ln\,3$

$\boxed{\boldsymbol{RTA}: \boldsymbol{x}=ln\,3}$

e. (4 puntos) $log\,x^{2}=log\,(-3x-2)$

- Para que exista solución
  $x^{2}>0$ y $-3x-2>0 \Rightarrow x<-\dfrac{2}{3}$

  $x^{2}=(-3x-2) \Leftrightarrow x^{2}+3x+2=0 \Leftrightarrow (x+1)(x+2)=0$
- $\Rightarrow x+1=0$ ó $x+2=0 \Rightarrow x=-1$ ó $x=-2 \Rightarrow$
  Como $-1 \in \left(-\infty,-\dfrac{2}{3}\right)$ y $-2 \in \left(-\infty,-\dfrac{2}{3}\right) \Rightarrow$

$\boxed{\boldsymbol{RTA}: \boldsymbol{x}=-2 \text{ ó } \boldsymbol{x}=-1}$

f. (4 puntos)

$log_{2}(x+3)=log_{2}(x+3)+log_{3}9+4^{log_{4}3}$

$\cancel{log_{2}(x+3)}=\cancel{log_{2}(x+3)}+log_{3}9+4^{log_{4}3}$

$\Rightarrow 0=log_{3}9+4^{log_{4}3} \Rightarrow 0=2log_{3}3+3 \Rightarrow$

$0=5$ Como ésto es falso $\Rightarrow$

$\boxed{\boldsymbol{RTA}: \text{No hay solución en los Reales}}$